

用波尔共振仪研究受迫振动

在机械制造和建筑工程等领域中，受迫振动所导致的共振现象引起工程技术人员极大关注。它既有破坏作用，也有实用价值。很多电声器件都是运用共振原理设计制作的。另外，在微观科学研究中，“共振”也是一种重要的研究手段。例如：利用核磁共振和顺磁共振研究物质结构等。

表征受迫振动性质是受迫振动的振幅—频率特性和相位—频率特性（简称幅频和相频特性）。

本实验中，采用波尔共振仪定量测定机械受迫振动的幅频特性和相频特性，并利用频闪方法来测定动态的物理量——相位差。数据处理与误差分析方面的内容也比较丰富。

【实验目的】

1. 研究波尔共振仪中弹性摆轮受迫振动的幅频特性和相频特性。
2. 研究不同阻尼矩对受迫振动的影响，观察共振现象。
3. 学习用频闪法测定运动物体的某些量。

【实验原理】

物体在周期外力的持续作用下发生的振动称为受迫振动，这种周期性的外力称为策动力。如果外力是按简谐振动规律变化，那么稳定状态时的受迫振动也是简谐振动，此时，振幅保持恒定，振幅的大小与策动力的频率和原振动系统无阻尼时的固有振动频率以及阻尼系数有关。在受迫振动状态下，系统除了受到策动力的作用外，同时还受到回复力和阻尼力的作用。所以在稳定状态时物体的位移、速度变化与策动力变化不是同相位的，而是存在一个相位差。当策动力频率与系统的固有频率相同产生共振，测试振幅最大，相位差为 90° 。

实验采用摆轮在弹性力矩作用下自由摆动，在电磁阻尼力矩作用下作受迫振动来研究受迫振动特性，可直观地显示机构振动中的一些物理现象。当摆轮受到周期性策动力矩 $M=M_0\cos\omega t$ 的作用，并在有空气阻尼和电磁阻尼的媒质中运动时（阻尼力矩为 $-b\frac{d\theta}{dt}$ ），其运动方程为

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = -k\theta - b\frac{d\theta}{dt} + M_0\cos\omega t \quad (1)$$

式中， J 为摆轮的转动惯量， $-k\theta$ 为弹性力矩， M_0 为强迫力矩的幅值， ω 为策动力的圆频率。令

$$\omega_0^2 = \frac{k}{J}, \quad 2\beta = \frac{b}{J}, \quad m = \frac{M_0}{J}$$

则式（1）变为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\beta\frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = m\cos\omega t \quad (2)$$

当 $m\cos \omega t=0$ 时，式 (2) 即为阻尼振动方程。

若 β 也为 0，则式 (2) 蜕化为简谐振动方程，其系统的固有频率为 ω_0 。

式 (2) 的通解为

$$\theta = \theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \alpha) + \theta_2 \cos(\omega t + \phi) \quad (3)$$

由式 (3) 可见，受迫振动可分成两部分：

第一部分， $\theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \alpha)$ 和初始条件有关，经过一定时间后衰减消失。

第二部分，说明策动力矩对摆轮做功，向振动体传送能量，最后达到一个稳定的振动状态。

$$\theta_2 = \frac{m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (4)$$

它与策动力矩之间的相位差为

$$\phi = \arctg \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (5)$$

由式 (4) 和式 (5) 可看出，振幅 θ_2 与相位差 ϕ 的数值取决于策动力矩 M ，频率 ω ，系统的固有频率 ω_0 和阻尼系数 β 等 4 个因素，而与振动初始状态无关。

由 $\frac{\partial}{\partial \omega} [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2] = 0$ 极值条件可得出，当策动力的圆频率 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$

时，产生共振， θ 有极大值。若共振时圆频率和振幅分别用 ω_r 、 θ_r 表示，则

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (6)$$

$$\theta_r = \frac{m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (7)$$

式 (6) 和式 (7) 表明，阻尼系数 β 越小，共振时圆频率越接近固有频率，振幅 θ_r 也越大，图-1 和图-2 表示出在不同 β 时受迫振动的幅频特性和相频特性。

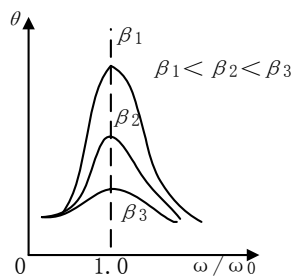


图 1

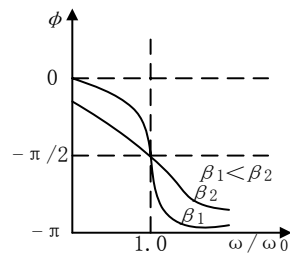
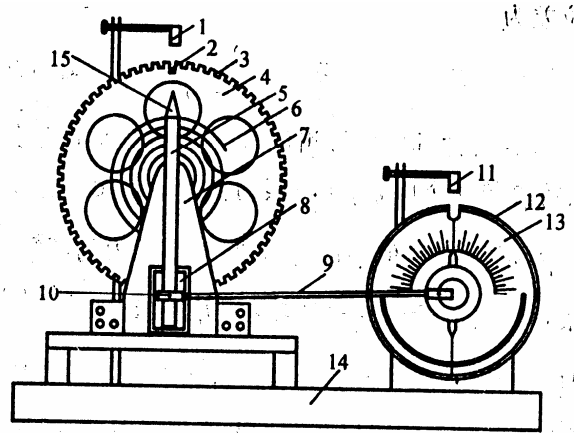


图 2

【实验仪器】

BG-2 型波尔共振仪由振动仪与电器控制箱两部分组成。振动仪部分如图-3 所示，铜质圆形摆轮安装在机架上。弹簧的一端与摆轮的轴相联，另一端可以固定在机架支柱上。在弹簧弹性力的作用下，摆轮可绕轴自由往复摆动。在摆轮的外围有一卷槽型缺口，其中一个长形凹槽比其他凹槽长处许多。机架上对准长型凹槽处有一个光电门，它与电气控制箱

相联接，用来测量摆轮的振幅（角度值）和摆轮的振动周期。在机架下方有一对带有铁芯的线圈，摆轮恰巧嵌在铁芯的空隙。利用电磁感应原理，当线圈中通过电流后，摆轮受到一个电磁阻尼力的作用。改变电流的大小即可使阻尼大小相应变化。为使摆轮作受迫振动，在电动机轴上装有偏心轮，通过连杆机构带动摆轮，在电动机轴上装有带刻线的有机玻璃转盘，它随电机一起转动，通过它可以从角度读数盘读出相位差 ϕ 。调节控制箱上的十圈电机转速调节旋钮，可以精确改变加于电机上的电压，使电机的转速在实验范围（30~45 转/min）内连续可调。由于电路中采用特殊稳速装置、电动机采用惯性很小的带有测速发电机的特种电机，所以转速极为稳定。电机的有机玻璃转盘上装有两个挡光片。在角度读数盘中央上方（90° 处）也装有光电门（策动力矩信号），并与控制箱相连，以测量策动力矩的周期。



1. 光电门；2.长凹槽；3.短凹槽；4.铜质摆轮；5.摇杆；6.蜗卷弹簧；7.支承架；8.阻尼线；9.连杆；10.摇杆调节螺丝；11.光电门；12.角度盘；13.有机玻璃转盘；14.底座；15.外端夹持螺钉

图 3

受迫振动时摆轮与外力矩的相位差是利用小型闪光灯来测量的。闪光灯受摆轮信号光电门控制，每当摆轮上长型凹槽通过平衡时，光电门被挡光，引起闪光。在稳定情况时，在闪光灯照射下可以看到有机玻璃指针好象一直“停在”某一刻度处，这一现象称为频闪现象，所以此数值可方便地直接读出，误差不大于 2°。

摆轮振幅是利用光电门测出摆轮圈上凹型缺口个数，并有数显装置直接显示出此值，误差为 2°。

波尔共振仪电气控制箱的前面板和后面板分别如图-4 和图-5 所示。

左面三位数字显示铜质摆轮的振幅。右面五位数字显示时间，计时精度为 $10^{-3}s$ 。当“周期选择”置于“1”处显示摆轮的摆动周期，而当扳向“10”时，显示 10 个周期所需的时间，复位按钮仅在开关扳向“10”时起作用。

电机转速调节按钮，是一个带有刻度的十圈电势器，调节此旋钮时可以精确改变电机转速，即改变策动力矩的周期。刻度既供实验时参考，以便大致确定策动力矩周期值在多圈电势器上的相应位置。

阻尼电流选择开关可以改变通过阻尼线圈内直流电流的大小，从而改变摆轮系统的阻尼系数。选择开关可分 6 档，“0”处阻尼电流为零，“1”最小约为 0.2A 左右，“5”处阻尼

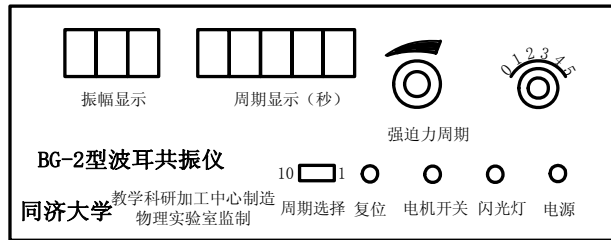


图 4 前面板

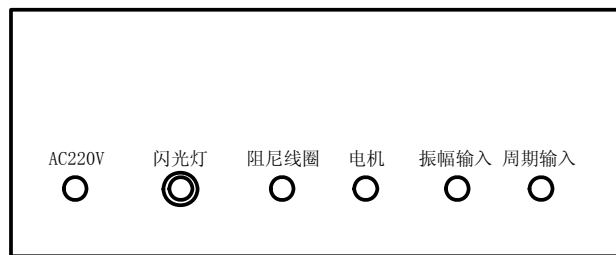


图 5 后面板

电流最大，约为 0.6A，阻尼电流靠 15V 稳压装置提供，实验时选用挡位根据情况而定（通常为 3，4）。

闪光灯开关用来控制闪光与否，当扳向接通位置时，当摆轮长缺口通过平衡位置时便产生闪光，由于频闪现象，可从相位差读数盘上看到刻度线似乎静止不动的读数（实际上有机玻璃盘上刻度线一直在匀速转动）。从而读出相位差数值，为使闪光灯管不易损坏，平时将此开关扳向“关”处，仅在测量相位差时才扳向接通。

电机开关用来控制电机是否转动，在测定阻尼系数和摆轮固有频率与振幅关系时，必须将电机关断。

电气控制箱与闪光灯和波尔共振仪之间通过各种专用电缆相连接，不会产生接线错误。

【实验内容】

1. 测定阻尼系数 β

如前所述，阻尼振动是在策动力为零的状况下进行的。进行本实验内容时，必须切断电机电源，角度盘指针放在 0° 位置。

将面板上阻尼选择开关旋至“2”的位置，此位置选定后，在实验过程中不能任意改变。手拨动摆轮 θ_0 选取 130° — 150° 之间，从振幅显示窗读出摆轮作阻尼振动时的振幅随周期变化的数值 $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_n$ 。

这里由于没有策动力的作用，运动方程 1 的解为 $\theta = \theta_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_f t + \alpha)$ (8)

相应的 $\theta_1 = \theta_0 e^{-\beta T}$, $\theta_2 = \theta_0 e^{-\beta(2T)} \dots \theta_n = \theta_0 e^{-\beta(nT)}$

$$\text{利用 } \ln \frac{\theta_i}{\theta_j} = \ln \frac{\theta_0 e^{-\beta(iT)}}{\theta_0 e^{-\beta(jT)}} = (i-j)\beta T \quad (9)$$

可求出 β 值，式中 θ_i 、 θ_j 分别为第 i 、第 j 次振动的振幅。 T 为阻尼振动周期的平均值。可以连续出每个振幅对应的振动周期值，然后取平均值。可采用逐差法处理数据，求出 β 值。

附：数据表格

表-1 β 值计算记录表 阻尼开关位置为_____

振幅		振幅		$\ln \frac{\theta_i}{\theta_{i+6}}$
θ_0		θ_5		
θ_1		θ_6		
θ_2		θ_7		
θ_3		θ_8		
θ_4		θ_9		
				平均值

$$\bar{T} = \text{_____} \text{ s}$$

由 $5\beta T = \ln \frac{\theta_i}{\theta_{i+5}}$ 求出 β 值

2. 测定受迫振动的幅频特性与相频特性曲线

(1) 测出系统的固有频率。

将阻尼开关旋至 0 位置，手拨动摆轮的“120°—150°”测出摆轮摆动的 10 个周期，所需的时间，连续测三次，然后计算系统的固有频率 ω_0 。

(2) 恢复阻尼开关到原位置。改变电机转速。即改变策动力矩频率。当**受迫振动稳定**后，读取摆轮的振幅值。（这时方程解的第一项趋于零，只有第二项存在）并利用闪光灯测定受迫振动位移与策动力相位差 ϕ （电机转速的改变可依据 $\Delta \phi$ 控制在 10° 左右而定）。

策动力矩的频率 ω 可从摆轮振动周期算出，也可以将周期选择开关拨向“10”处直接测定策动力矩的 10 个周期后算出，在达到稳定状态时，两者数值相同。前者为 4 位有效数字，后者为 5 位有效数字。

在共振点附近由于曲线变化较大，因此测量数据要相对密集些，此时电机转速的微小变化会引起 $\Delta \phi$ 很大改变。电机转速旋钮上的读数是一参考数值，建议在不同 ω 时都记下此值，以便实验中要重新测量数据时参考。

以 ω/ω_0 为横坐标，振幅 θ 为纵坐标，作幅频曲线。

以 ω/ω_0 为横坐标，位相差 ϕ 为纵坐标，作相频曲线。

这两条曲线全面反映了该振动系统的特点。

附：数据表格

幅频特性和相频特性测量数据记录表 阻尼开关位置_____

10T/S	$\omega = \frac{2\pi}{T} / s^{-1}$	$\phi / (^\circ)$	$\theta / (^\circ)$	$\frac{\omega}{\omega_0}$

3. 改变阻尼档至“4”。重复 1、2 的工作。

【注意事项】

1. 波尔共振仪各部分均是精密装配，不能随意乱动。控制箱功能与面板上旋钮、按键均较多，务必在弄清其功能后，按规则操作。在进行阻尼振动时，电动机电源必须切断。
2. 阻尼选择开关位置一经选定，在整个实验过程中就不能任意改变。

【预习思考题】

1. 受迫振动的振幅和相位差与哪些因素有关？
2. 实验中采用什么方法来改变阻尼力矩的大小？它利用了什麼原理？
3. 实验中是怎么利用频闪原理来测定相位差 ϕ 的？

【分析讨论题】

1. 从实验结果可得出哪些结论？
2. 实验中为什么当选定阻尼电流后，要求阻尼系数和幅频特性、相频特性的测定一起完成？而不能先测定不同电流时 β 的值，然后再测定相应阻尼电流时的幅频特性与相频特性？
3. 本实验中有几种测定 β 值的方法，你认为哪种方法较好？为什么？