

# 实验一 测量刚体的转动惯量

转动惯量是刚体转动中惯性大小的量度。它取决于刚体的总质量，质量分布、形状大小和转轴位置。对于形状简单，质量均匀分布的刚体，可以通过数学方法计算出它绕特定转轴的转动惯量，但对于形状比较复杂，或质量分布不均匀的刚体，用数学方法计算其转动惯量是非常困难的，因而大多采用实验方法来测定。

转动惯量的测定，在涉及刚体转动的机电制造、航空、航天、航海、军工等工程技术和科学研究中具有十分重要的意义。测定转动惯量常采用扭摆法或恒力矩转动法，本实验采用恒力矩转动法测定转动惯量。

## 【实验目的】

1. 学习用恒力矩转动法测定刚体转动惯量的原理和方法。
2. 观测转动惯量随质量、质量分布及转动轴线的不同而改变的状况，验证平行轴定理。
3. 学会使用智能计时计数器测量时间。

## 【实验原理】

### 1、恒力矩转动法测定转动惯量的原理

根据刚体的定轴转动定律：

$$M = J\beta \quad (1)$$

只要测定刚体转动时所受的总合外力矩  $M$  及该力矩作用下刚体转动的角加速度  $\beta$ ，则可计算出该刚体的转动惯量  $J$ 。

设以某初始角速度转动的空实验台转动惯量为  $J_1$ ，未加砝码时，在摩擦阻力矩  $M_\mu$  的作用下，实验台将以角加速度  $\beta_1$  作匀减速运动，即：

$$-M_\mu = J_1\beta_1 \quad (2)$$

将质量为  $m$  的砝码用细线绕在半径为  $R$  的实验台塔轮上，并让砝码下落，系统在恒外力作用下将作匀加速运动。若砝码的加速度为  $a$ ，则细线所受张力为  $T = m(g - a)$ 。若此时实验台的角加速度为  $\beta_2$ ，则有  $a = R\beta_2$ 。细线施加给实验台的力矩为  $TR = m(g - R\beta_2)R$ ，此时有：

$$m(g - R\beta_2)R - M_\mu = J_1\beta_2 \quad (3)$$

将 (2)、(3) 两式联立消去  $M_\mu$  后，可得：

$$J_1 = \frac{mR(g - R\beta_2)}{\beta_2 - \beta_1} \quad (4)$$

同理，若在实验台上加上被测物体后系统的转动惯量为  $J_2$ ，加砝码前后的角加速度分别为  $\beta_3$  与  $\beta_4$ ，则有：

$$J_2 = \frac{mR(g - R\beta_4)}{\beta_4 - \beta_3} \quad (5)$$

由转动惯量的迭加原理可知，被测试件的转动惯量  $J_3$  为：

$$J_3 = J_2 - J_1 \quad (6)$$

测得  $R$ 、 $m$  及  $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta_3$ 、 $\beta_4$ ，由 (4)、(5)、(6) 式即可计算被测试件的转动惯量。

### 2、 $\beta$ 的测量

实验中采用智能计时计数器记录遮挡次数和相应的时间。固定在载物台圆周边缘相差  $\pi$  角的两遮光细棒，每转动半圈遮挡一次固定在底座上的光电门，即产生一个计数光电脉冲，计数器记下遮挡次数  $k$  和相应的时间  $t$ 。若从第一次挡光 ( $k=0$ ,  $t=0$ ) 开始计次，计时，且初始角速度为  $\omega_0$ ，则对于匀变速运动中测量得到的任意两组数据  $(k_m, t_m)$ 、 $(k_n, t_n)$ ，相

应的角位移  $\theta_m$ 、 $\theta_n$  分别为：

$$\theta_m = k_m \pi = \omega_0 t_m + \frac{1}{2} \beta t_m^2 \quad (7)$$

$$\theta_n = k_n \pi = \omega_0 t_n + \frac{1}{2} \beta t_n^2 \quad (8)$$

从 (7)、(8) 两式中消去  $\omega_0$ ，可得：

$$\beta = \frac{2\pi(k_n t_m - k_m t_n)}{t_n^2 t_m - t_m^2 t_n} \quad (9)$$

由 (9) 式即可计算角加速度  $\beta$ 。

### 3、平行轴定理

理论分析表明，质量为  $m$  的物体围绕通过质心  $O$  的转轴转动时的转动惯量  $J_0$  最小。当转轴平行移动距离  $d$  后，绕新转轴转动的转动惯量为：

$$J = J_0 + m d^2 \quad (10)$$

### 4、转动惯量实验组合仪简介

转动惯量实验仪如图 1 所示，绕线塔轮通过特制的轴承安装在主轴上，使转动时的摩擦力矩很小。塔轮半径为 15, 20, 25, 30, 35mm 共 5 挡，可与大约 5g 的砝码托及 1 个 5g, 4 个 10g 的砝码组合，产生大小不同的力矩。载物台用螺钉与塔轮连接在一起，随塔轮转动。随仪器配的被测试样有 1 个圆盘，1 个圆环，两个圆柱；试样上标有几何尺寸及质量，便于将转动惯量的测试值与理论计算值比较。圆柱试样可插入载物台上的不同孔，这些孔离中心的距离分别为 45, 60, 75, 90, 105mm，便于验证平行轴定理。铝制小滑轮的转动惯量与实验台相比可忽略不计。一只光电门作测量，一只作备用，可通过智能计时计数器上的按钮方便的切换。

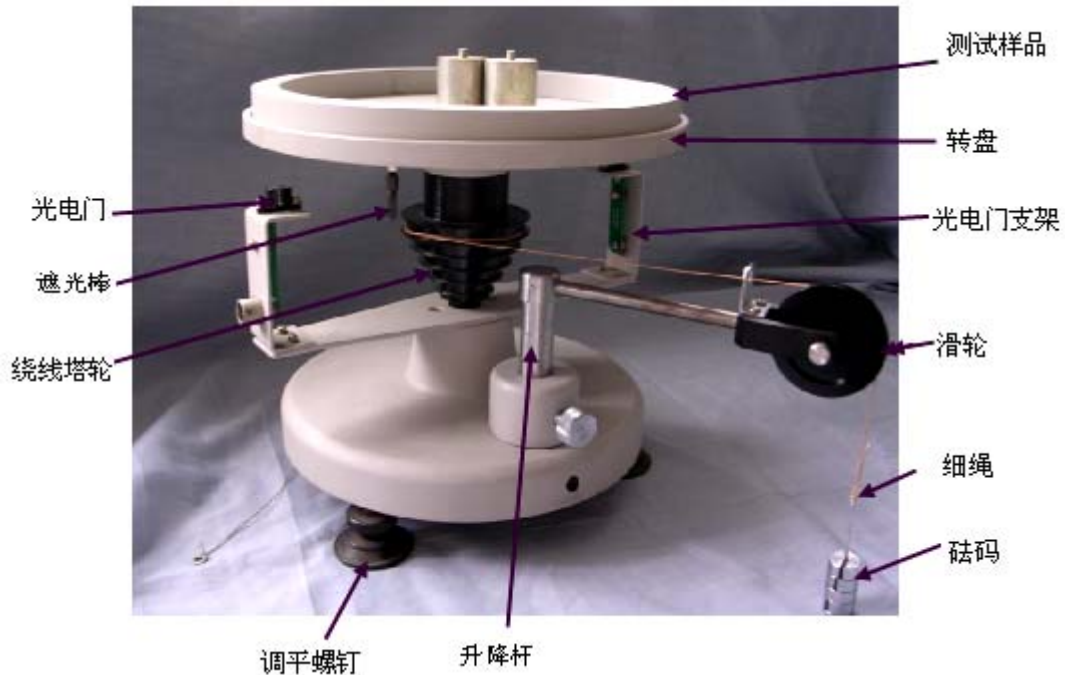


图 1 转动惯量实验组合仪

智能计时计数器如图 2 所示：



图2 智能计时计数器

智能计时计数器可测量时间、速度、加速度等多种物理量。在本实验中利用单电门、多脉冲测量时间。

上电开机后显示“智能计数计时器 成都世纪中科”画面延时一段时间后，显示操作界面：上行为测试模式名称和序号，例：“1 计时 ←”表示按模式选择/查询下翻按钮选择测试模式。下行为测试项目名称和序号，例：“1-1 单电门 →”表示项目选择/查询上翻按钮选择测试项目。

选择好测试项目后，按确定键，LCD 将显示“选 A 通道测量 ←”，然后通过按模式选择/查询下翻按钮和项目选择/查询上翻按钮进 A 或 B 通道的选择，选择好后再次按下确认键即可开始测量。一般测量过程中将显示“测量中\*\*\*\*\*”，测量完成后自动显示测量值，若该项目有几组数据，可按查询下翻按钮或查询上翻按钮进行查询，再次按下确定键退回到项目选择界面。如未测量完成就按下确定键，则测量停止，将根据已测量到的内容进行显示，再次按下确定键将退回到测量项目选择界面。

## 【实验内容】

### 1、实验准备

在桌面上放置 ZKY-ZS 转动惯量试验仪，并利用基座上的三颗调平螺钉，将仪器调平。将滑轮支架固定在实验台面边缘，调整滑轮高度及方位，使滑轮槽与选取的线绕塔轮槽等高，且其方位相互垂直，并且用数据线将智能计时计数器中 A 或 B 通道与转动惯量实验仪其中一个光电门相连。

2、利用天平测量砝码和样品的质量，游标卡尺测用样品的尺寸。

3、测量并计算实验台的转动惯量  $J_1$

(1) 测量  $\beta_1$

上电开机后 LCD 显示“智能计数计时器 成都世纪中科”欢迎界面延时一段时间后，显示操作界面：

- ①选择“计时 1—2 多脉冲”。
- ②选择通道。
- ③用手轻轻拨动载物台，使实验台有一初始转速并在摩擦阻力矩作用下作匀减速运动。
- ④按确认键进行测量。

⑤载物盘转动 15 圈后按确认键停止测量。

⑥查阅数据，并将查阅到的数据记入表格中；

采用逐差法处理数据，将第 1 和第 5 组，第 2 和第 6 组……，分别组成至少 4 组，用 (9) 式计算对应各组的  $\beta_1$  值，然后求其平均值作为  $\beta_1$  的测量值。

⑦按确认键后返回“计时 1—2 多脉冲”界面。

(2) 测量  $\beta_2$

①选择塔轮半径  $R$  及砝码质量，将 1 端打结的细线沿塔轮上开的细缝塞入，并且不重叠的密绕于所选定半径的轮上，细线另一端通过滑轮后连接砝码托上的挂钩，用手将载物台稳住；

②重复 (1) 中的 2、3、4 步

③释放载物台，砝码重力产生的恒力矩使实验台产生匀加速转动；记录至少 8 组数据后停止测量。查阅、记录数据于表格中并计算  $\beta_2$  的测量值。

由 (4) 式即可算出  $J_1$  的值。

4、测量并计算实验台放上试样后的转动惯量  $J_2$ ，计算试样的转动惯量  $J_3$  并与理论值比较。将待测试样放上载物台并使试样几何中心轴与转轴中心重合，按与测量  $J_1$  同样的方法可分别测量未加法码的角加速度  $\beta_3$  与加法码后的角加速度  $\beta_4$ 。由 (5) 式可计算  $J_2$  的值，已知  $J_1$ 、 $J_2$ ，由 (6) 式可计算试样的转动惯量  $J_3$ 。

已知圆盘、圆柱绕几何中心轴转动的转动惯量理论值为：

$$J = \frac{1}{2}mR^2 \quad (11)$$

圆环绕几何中心轴的转动惯量理论值为：

$$J = \frac{m}{2}(R_{\text{外}}^2 + R_{\text{内}}^2) \quad (12)$$

计算试样的转动惯量理论值并与测量值  $J_3$  比较，计算测量值的相对误差：

$$E = \frac{J_3 - J}{J} \times 100\% \quad (13)$$

5、验证平行轴定理

将两圆柱体对称插入载物台上与中心距离为  $d$  的圆孔中，测量并计算两圆柱体在此位置的转动惯量。将测量值与由 (11)、(10) 式所得的计算值比较，若一致即验证了平行轴定理。理论上，同一待测样品的转动惯量不随转动力矩的变化而变化。

6、改变塔轮半径或砝码质量（五个塔轮，五个砝码）可得到 25 种组合，形成不同的力矩。可改变实验条件进行测量并对数据进行分析，探索其规律，寻求发生误差的原因，探索测量的最佳条件。

### 【实验仪器】

ZKY—ZS 转动惯量实验仪。电子天平，游标卡尺。

### 【思考题】

1. 分析影响实验精度的各种因素，如何减少这些因素影响？
2. 是否可以通过实验和作图，既求出转动惯量，又求出摩擦力矩？